ЛИТЕРАТУРА

1. Бибиков П. В., Лычагин В. В. $\mathrm{GL}_2(\mathbb{C})$*-орбиты бинарных форм* // ДАН. – 2010. – Т. 435. – Вып. 4. – С. 439–440.

2. Алексеевский Д. В., Виноградов А. М., Лычагин В. В *Основные идеи и понятия дифференциальной геометрии.* – М.: ВИНИТИ, 1988. – Т. 28. – 289 с.

А. В. Болучевская

Волгоградский государственный университет,

a.v.boluch@gmail.com

АППРОКСИМАЦИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛОВ РЕШЕНИЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПО ПРИБЛИЖЕННЫМ ЗНАЧЕНИЯМ

Важным в задачах аппроксимации дифференциалов по значениям в узлах треугольной сетки является оценка погрешности. Как правило, она зависит от углов треугольников сетки (см., например, [1]). Поэтому при изучении кусочно-гладких аппроксимаций решений некоторых эллиптических систем по приближенным значениям в узлах возникла следующая задача: построить отображение, приближающее дифференциал с погрешностью, не зависящей от углов треугольников.

Пусть $D \subset \mathbb{R}^2$ — область, в которой задана последовательность $\{P_m\}_{m=1}^{\infty}$ конечных наборов точек. Для каждого такого набора рассмотрим его триангуляцию T_m. Для всякого треугольника $S \in T_m$ определим длину d_S максимальной его стороны. Положим $d_m = \max\limits_{S \in T_m} d_S$. Будем рассматривать такие наборы точек P_m и их триангуляции T_m, для которых $d_m \to 0$ при $m \to \infty$ и $\forall \varepsilon > 0 \, \exists m_0 \in \mathbb{N} : \forall m > m_0 \forall x \in D \exists a \in$ $\in P_m$, такая, что $|a - x| < \varepsilon$.

Пусть $f(x)\colon D \to D^*$, $D^* \subset \mathbb{R}^2$, — отображение вида $f(x) = (U(x), V(x))$, $x = (x_1, x_2)$, где $U(x), V(x) \in C^2(D)$ являются решениями эллиптической системы уравнений

$$\frac{\partial V}{\partial x_1}(x) = -\alpha_2(x)\frac{\partial U}{\partial x_2}(x), \qquad \frac{\partial V}{\partial x_2}(x) = \alpha_1(x)\frac{\partial U}{\partial x_1}(x),$$

а $\alpha_1(x), \alpha_2(x) \in C^1(D)$, $\alpha_1(x)\cdot\alpha_2(x) > 0\ \forall x \in D$.

Для всякого натурального m построим приближающее $f(x)$ отображение $f_m(x)\colon D \to D^*$, $f_m(x) = (U_m(x), V_m(x))$, такое, что $U_m(x), V_m(x)$ — кусочно-гладкие функции и $|U_m(a) - U(a)| < \delta, |V_m(a) - V(a)| < \delta$ для любой точки $a \in P_m$.

Для всякого $S \in T_m$ требуется построить матрицу $A_m(x)$, $x \in S$, аппроксимирующую дифференциал $df(x)$ отображения $f(x)$, и оценить погрешность аппроксимации вида

$$e(S) = \sup_{x\in S} \| df(x) - A_m(x) \| .$$

Пусть в D задана прямоугольная декартова система координат. Для всякого m рассмотрим треугольник $S \in T_m$. Обозначим l — направление наибольшей стороны треугольника, φ — угол в положительном направлении (против часовой стрелки) между этой стороной и осью абсцисс и

$$K_1 = \frac{\alpha_2(x)\cos\varphi}{\alpha_1(x)\sin^2\varphi + \alpha_2(x)\cos^2\varphi}, \quad K_2 = \frac{\sin\varphi}{\alpha_1(x)\sin^2\varphi + \alpha_2(x)\cos^2\varphi},$$

$$K_3 = \alpha_1(x)K_2, \qquad K_4 = -\alpha_1(x)\alpha_2(x)K_2,$$

$$K_5 = -\frac{1}{\alpha_2(x)}K_1, \qquad K_6 = \alpha_1(x)K_1.$$

Пусть $\forall x \in S$ элементы матрицы $A_m(x) = (a_{ij})$ имеют вид:

$$a_{11} = K_1\frac{\partial U_m}{\partial l}(x) + K_2\frac{\partial V_m}{\partial l}(x), \quad a_{12} = K_3\frac{\partial U_m}{\partial l}(x) + K_4\frac{\partial V_m}{\partial l}(x),$$

$$a_{21} = K_5\frac{\partial U_m}{\partial l}(x) + K_1\frac{\partial V_m}{\partial l}(x), \quad a_{22} = K_6\frac{\partial U_m}{\partial l}(x) + K_3\frac{\partial V_m}{\partial l}(x).$$

Теорема. *Если $G \subset D$ – произвольная компактно вложенная подобласть и $\frac{\delta}{d_S} \to 0$, то*

$$\max_{S\in T_m, S\subset G} e(S) = \max_{S\in T_m, S\subset G} \sup_{x\in S} \| df(x) - A_m(x) \| \to 0 \text{ при } m \to \infty.$$

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 11-01-97021-р_поволжье).

ЛИТЕРАТУРА

1. Клячин В. А., Пабат Е. А. *C^1-аппроксимация поверхностей уровня функций, заданных на нерегулярных сетках* // Сиб. журн. индуст. мат. – 2010. – Т. 13. – № 2. – С. 69–78.

И. А. Бородаев, В. С. Желтухин

Казанский (Приволжский) федеральный университет,

igor-borodaev@yandex.ru

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НАНОЧАСТИЦЫ СЕРЕБРА С ВЫСОКОЧАСТОТНОЙ ПЛАЗМОЙ ПОНИЖЕННОГО ДАВЛЕНИЯ

Высокочастотная (ВЧ) плазма пониженного давления широко используется в различных технологических процессах, в том числе для нанесения нанопокрытия серебра на мех [1]. В связи с этим разработана математическая модель взаимодействия наночастиц серебра с потоком плазмы ВЧ индукционного разряда пониженного давления. При давлениях p=13.3 – 133 Па, частоте электромагнитного поля f=1.76 МГц, мощности разряда P_d =0.5 – 4 кВт, расходе газа G < 0.2 г ·